

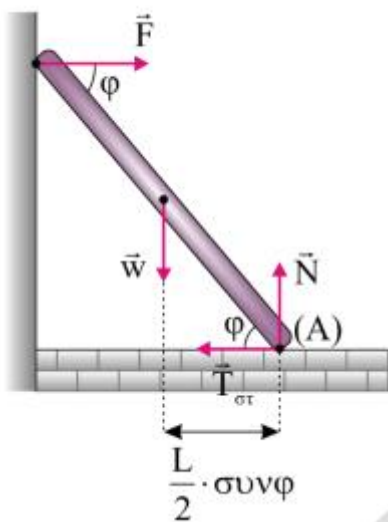
(Ενδεικτικές Απαντήσεις)

ΘΕΜΑ Α

- A1. (γ)
- A2. (δ)
- A3. (γ)
- A4. (β)
- A5. 1) Σωστό
- 2) Λάθος
- 3) Σωστό
- 4) Σωστό
- 5) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1. Σωστή απάντηση (ii).



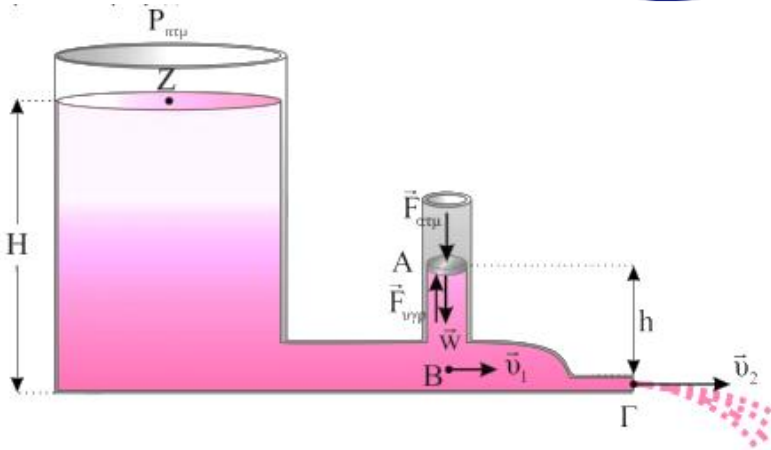
$$\Sigma \tau_A = 0 \Rightarrow F \cdot L \cdot \eta\mu\phi = w \cdot \frac{L}{2} \cdot \sigma\upsilon\upsilon\phi \Rightarrow F = \frac{w}{2} \cdot \frac{\sigma\upsilon\upsilon\phi}{\eta\mu\phi} = \frac{w}{2 \cdot \epsilon\phi\phi} \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow F = T_{\sigma\tau} \quad (2)$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = w \quad (3)$$

$$\text{Ισχύει } 0 \leq T_{\sigma\tau} \leq \mu \cdot N \Rightarrow \mu \geq \frac{T_{\sigma\tau}}{N} = \frac{\frac{w}{2\epsilon\phi\phi}}{w} = \frac{1}{2\epsilon\phi\phi} \Rightarrow \epsilon\phi\phi = \frac{1}{2\mu}$$

B2. Σωστή απάντηση (i).



Θεώρημα Torricelli από το Z στο Γ.

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H} \quad (1)$$

Εξίσωση συνέχειας από το B στο Γ.

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow A_1 \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \Rightarrow (2A_2) \cdot u_1 = A_2 \cdot u_2 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} u_1 = \frac{\sqrt{2 \cdot g \cdot H}}{2} \quad (2)$$

Εξίσωση Bernoulli από το B στο Γ, κατά μήκος μιας ρευματικής γραμμής.

$$p_B + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_1^2 = p_{\text{ατμ}} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot u_2^2 \stackrel{(1),(2)}{\Rightarrow} p_B = p_{\text{ατμ}} + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot 2 \cdot g \cdot H - \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \frac{2 \cdot g \cdot H}{4} \Rightarrow$$

$$p_B = p_{\text{ατμ}} + \frac{3 \cdot \rho \cdot g \cdot H}{4} \quad (3)$$

Οι ρευματικές γραμμές είναι οριζόντιες. Συνεπώς, η πίεση στον κατακόρυφο σωλήνα οφείλεται μόνο στο βάρος του υγρού.

Από Θεμελιώδη Νόμο Υδροστατικής έχουμε:

$$p_A + \rho \cdot g \cdot H = p_B \stackrel{(3)}{\Rightarrow} p_A + \rho \cdot g \cdot h = p_{\text{ατμ}} + \frac{3 \cdot \rho \cdot g \cdot H}{4} \Rightarrow p_A = p_{\text{ατμ}} + \frac{\rho \cdot g \cdot H}{2} \quad (4)$$

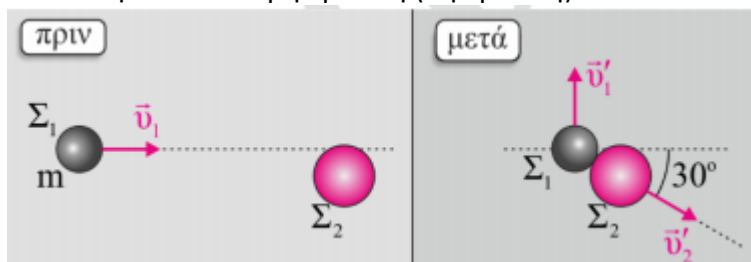
Επειδή το έμβολο ισορροπεί σύμφωνα με το 1^ο Νόμο του Νεύτωνα για το έμβολο έχουμε:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_{\text{ατμ}} + w = F_{\text{υγρ}} \Rightarrow p_A = p_{\text{ατμ}} + \frac{w}{A} \stackrel{(4)}{\Rightarrow}$$

$$p_{\text{ατμ}} + \frac{\rho \cdot g \cdot H}{2} = p_{\text{ατμ}} + \frac{w}{A} \Rightarrow w = \frac{\rho \cdot g \cdot H \cdot A}{2}$$

B3. Σωστή απάντηση (iii).

Ελαστική και Έκκεντρη κρούση (1η κρούση)



Εφαρμόζουμε Α.Δ.Κ.Ε

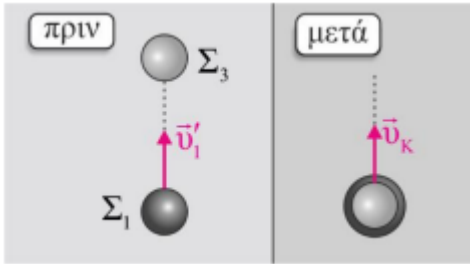
$$K_{\text{αρχ}} = K_{\text{τελ}} \Rightarrow \frac{1}{2} m u_1^2 = \frac{1}{2} m u_1'^2 + \frac{1}{2} \cdot 2m (u_2')^2$$

Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο στους άξονες x 'x και y 'y για την έκκεντρη ελαστική.

$$\vec{p}_x = \vec{p}_x' \Rightarrow m \cdot u_1 = 2m \cdot u_2' \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow u_1 = \sqrt{3} \cdot u_2' \quad (1)$$

$$\vec{p}_y = \vec{p}_y' \Rightarrow 0 = m \cdot u_1' - 2 \cdot m \cdot u_2' \cdot \eta\mu 30^\circ \Rightarrow u_1' = u_2' \quad (2)$$

Εφαρμόζω Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση (2η κρούση)



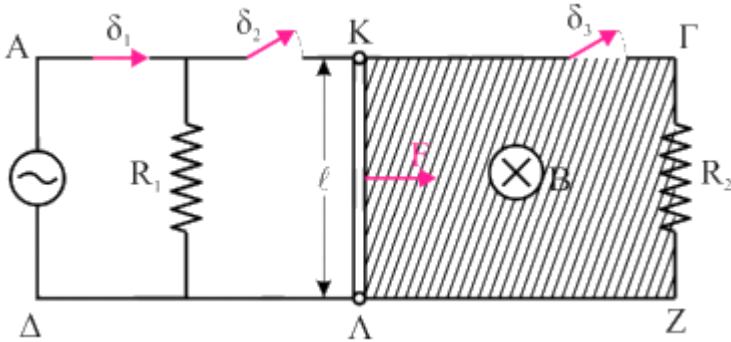
$$\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow m \cdot u_1' = 2m \cdot u_{\kappa} \Rightarrow v_{\kappa} = \frac{u_1'}{2 \cdot \sqrt{3}} \quad (3)$$

Από (1), (2) και (3) προκύπτει:

$$\frac{K_{\text{συστ}}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot u_{\kappa}^2}{\frac{1}{2} \cdot m \cdot u_1'^2} = \frac{1}{6}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



• Η μέση ισχύς στον R_1 είναι:

$$\bar{P}_1 = I_{\text{ev}}^2 \cdot R_1 \Rightarrow I_{\text{ev}} = \sqrt{\frac{\bar{P}_1}{R_1}} \Rightarrow I_{\text{ev}} = \sqrt{2} \text{A}$$

• Η ενεργός τάση από τον Νόμο του Ohm: $V_{\text{ev}} = I_{\text{ev}} \cdot R_1 = 6\sqrt{2} \text{V}$

• Όμως $V_{\text{ev}} = \frac{V}{\sqrt{2}} \Rightarrow V = 12 \text{V}$

Γ2. • Αρχικά το πλάτος της τάσης: $V = N\omega BA \quad (1)$

• Τελικά το πλάτος της τάσης: $V' = N \cdot 2\omega \cdot BA \quad (2)$

Από (1) και (2) προκύπτει $V' = 24 \text{V}$

- Η στιγμιαία τιμή της τάσης είναι
 $u' = V' \cdot \eta \mu 2\omega t \Rightarrow u' = 24\eta \mu 100\pi t (\text{SI})$

και το ρεύμα δίνεται από τη σχέση:

$$i = i' \cdot \eta \mu 100\pi t = \frac{V'}{R_1} \cdot \eta \mu 100\pi t \Rightarrow i = 4 \cdot \eta \mu 100\pi t$$

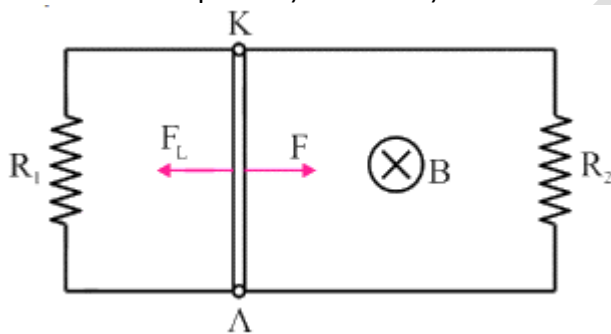
- Η στιγμιαία ισχύς είναι:
 $P = u' \cdot i' \Rightarrow P = 24\eta \mu 100\pi t \cdot 4\eta \mu 100\pi t \Rightarrow P = 96\eta \mu^2 100\pi t (\text{SI})$
- Τη χρονική στιγμή $t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$:
 $P = 96 \cdot \eta \mu^2 (100\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}) \Rightarrow P = 96 \cdot \eta \mu^2 \left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow P = 96 \text{ W}$

Γ3. Ο αγωγός ΚΛ για $0 \leq t \leq 2\text{s}$ κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση υπό την επίδραση της οριζόντιας δύναμης F αφού όλοι οι διακόπτες είναι ανοιχτοί. Από 2ο Νόμο Νεύτωνα έχουμε:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- Από εξισώσεις κίνησης προκύπτει: $u = a \cdot \Delta t \Rightarrow u = 2 \text{ m/s}$
 $x_1 = \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 \Rightarrow x_1 = 2 \text{ m}$

- Όταν κλείσουμε τους διακόπτες δ2 και δ3 ο αγωγός ΚΛ κινείται ευθύγραμμη ομαλά.



Η ολική εξωτερική αντίσταση είναι:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 2 \Omega$$

- Από το Νόμο του Ohm για το κλειστό κύκλωμα έχουμε:

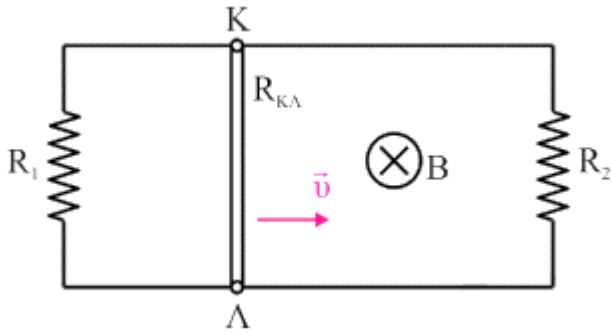
$$I = \frac{E_{\text{επ}}}{R_{\text{κλ}} + R_{1,2}} \Rightarrow I = \frac{Bul}{R_{\text{κλ}} + R_{1,2}}$$

- Επειδή ο αγωγός κινείται με σταθερή ταχύτητα από 1ο Νόμο Νεύτωνα και με την βοήθεια της σχέσης (1) προκύπτει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F = F_L \Rightarrow F = B \frac{(Bul)}{R_{\text{κλ}} + R_{1,2}} \cdot l \Rightarrow B = 1 \text{ T}$$

Γ4. Για να υπολογίσουμε το έργο της σταθερής δύναμης F έχουμε:

- Από $0 \leq t \leq 2\text{s}$: $x_1 = \frac{1}{2} at^2 \Rightarrow x_1 = 2 \text{ m}$
- Από $2\text{s} \leq t \leq 5\text{s}$ (ΕΟΚ) $x_2 = u \cdot \Delta t' \Rightarrow x_2 = 6 \text{ m}$
- Άρα $W_F = F \cdot x_1 + F \cdot x_2 \Rightarrow W_F = 4 \text{ J}$



- Η πολική τάση στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι

$$V_{ΚΛ} = E_{επ} - I \cdot R_{ΚΛ} \Rightarrow V_{ΚΛ} = Bvl - \frac{Bvl}{R_{ΚΛ} + R_{1,2}} \cdot R_{ΚΛ} \Rightarrow V_{ΚΛ} = 1V$$

- Από το Νόμο του Ohm υπολογίζουμε την ένταση του ρεύματος I_2 .

$$I_2 = \frac{V_{ΚΛ}}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{1}{3} A$$

- Από το Νόμο του Joule υπολογίζουμε τον αντιστάτη R_2 έχουμε:

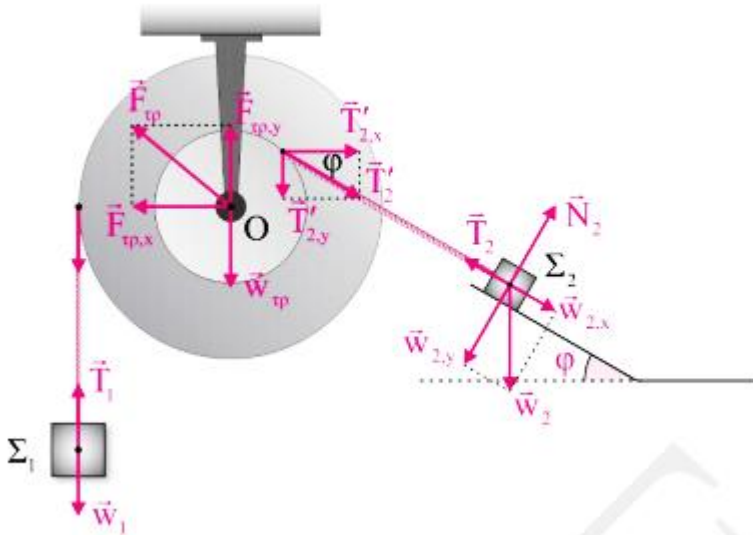
$$Q_2 = I_2^2 \cdot R_2 \cdot \Delta t \Rightarrow Q_2 = 1J$$

- Άρα το ποσοστό είναι

$$\Pi = \frac{Q_2}{W_f} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi = \frac{1J}{4J} \cdot 100\% \Rightarrow \Pi = 25\%$$

ΘΕΜΑ Δ

Τα νήματα θεωρούνται αβαρή και μη ελαστικά. Άρα, $T_1 = T_1'$ και $T_2 = T_2'$



Δ1.

- Το Σ_1 ισορροπεί: $\Sigma \vec{F}_1 = 0 \Rightarrow T_1 = w_1$

Το Σ_2 ισορροπεί:

$$\Sigma \vec{F}_{2x} = 0 \Rightarrow T_2 = w_{2x} \Rightarrow T_2 = m_2 \cdot g \cdot \eta \mu \phi \Rightarrow T_2 = 30N(2)$$

- Η τροχαλία ισορροπεί $\Sigma \tau_{(0)} = 0 \Rightarrow T_1' \cdot 2r = T_2' \cdot r \Rightarrow T_1 = 15N$

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι $w_1 = T_1 = 15N$ άρα,

$$m_1 = \frac{T_1}{g} \Rightarrow m_1 = 1,5\text{kg}$$

$$\Sigma \vec{F}_x = 0 \Rightarrow F_{\text{τρ},x} = T'_{2,x} = T_2 \cdot \text{συν}\phi \Rightarrow F_{\text{τρ},x} = 24\text{N}$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0 \Rightarrow F_{\text{τρ},y} = T'_{2,y} + w_{\text{τρ}} + T'_1 \Rightarrow F_{\text{τρ},y} = 48\text{N}$$

• Από τις προηγούμενες σχέσεις έχουμε:

$$F_{\text{τρ}} = \sqrt{F_{\text{τρ},x}^2 + F_{\text{τρ},y}^2} = \sqrt{24^2 + 48^2} = 24\sqrt{5}\text{N}$$

Δ2. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε για την κίνηση του Σ_2 στο λείο κεκλιμένο δάπεδο.

$$K_{\text{τελ.}} - K_{\text{αρχ.}} = W_{\text{ολ}} \Rightarrow \frac{1}{2}m_2 \cdot v_2^2 - 0 = m_2 \cdot g \cdot h \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Rightarrow v_2 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Από το } \Gamma \text{ στο } \Delta \text{ το } \Sigma_2 \text{ εκτελεί ΕΟΚ } l = v \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{10} \text{s}$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το Σ_3 εκτελεί Α.Α.Τ. από $A \rightarrow 0$. Άρα,

$$\Delta t = \frac{T}{4} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{m_3}{k}} = \frac{2\pi}{5} \Rightarrow k = 125 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Δ3. Τα σώματα Σ_2 και Σ_3 επειδή έχουν ίσες μάζες και συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά ανταλλάσσουν ταχύτητες.

$$v'_3 = v_2 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v'_2 = v_3 = \omega \cdot d = d \sqrt{\frac{k}{m_3}} \Rightarrow v'_2 = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

• Το Σ_3 μετά την κρούση εκτελεί Α.Α.Τ. με νέο πλάτος που υπολογίζεται:

$$v'_3 = v'_{\text{max}} = \omega \cdot A' \Rightarrow A' = 1,2\text{m}$$

$$\bullet \text{ Το } \omega = \sqrt{\frac{k}{m_3}} \Rightarrow \omega = 5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\bullet \text{ Για } t = 0 : x = 0 \text{ και } v'_3 < 0$$

$$\text{Για } t = 0 : x = A' \cdot \eta\mu\phi_0 \text{ Επομένως προκύπτει δεκτή λύση } \phi_0 = \pi\text{rad.}$$

$$\text{Άρα, } x = 1,2 \cdot \eta\mu(5t + \pi)(\text{SI})$$

Δ4. Από διατήρηση ενέργειας ταλάντωσης έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow E = 8U + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = 9 \cdot \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow x = \pm 0,4\text{m}$$

Επειδή ζητάμε την πρώτη φορά δεκτή τιμή είναι $x = -0,4\text{m}$. Από το 2^ο Νόμο Νεύτωνα έχουμε

$$\Sigma \vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = -D \cdot x \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta t} = 50\text{N}$$

Για την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του Σ_3 έχω:

$$\left| \frac{\Delta K}{\Delta t} \right| = |\Sigma F \cdot v|$$

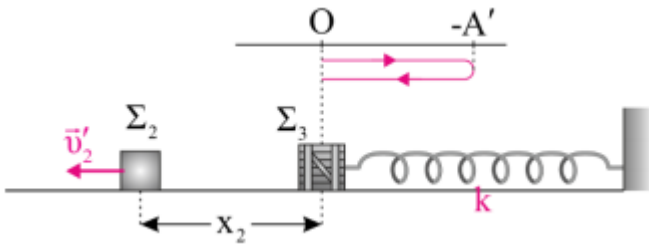
Η ταχύτητα υπολογίζεται με την διατήρηση ενέργειας ταλάντωσης

$$E = K + U \Rightarrow E = K + \frac{K}{8} \Rightarrow v = 4\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

Άρα, η προηγούμενη σχέση παίρνει τιμή

$$\left| \frac{\Delta K}{\Delta t} \right| = 200\sqrt{2} \frac{J}{s}$$

Δ5.



Το Σ_3 εκτελεί Α.Α.Τ. και επανέρχεται στη θέση φυσικού μήκους που ταυτίζεται με τη θέση ισοροπίας σε χρονικό διάστημα

$$\Delta t' = \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta t' = \frac{\pi}{5} s$$

Στον ίδιο χρόνο το Σ_2 εκτελεί ΕΟΚ με $v'_2 = 1 \frac{m}{s}$

$$\text{Άρα, } x_2 = v'_2 \cdot \Delta t' \Rightarrow x_2 = \frac{\pi}{5} \Rightarrow x_2 = 0,628m$$