

(Ενδεικτικές Απαντήσεις)

ΘΕΜΑ Α

A₁ → β

A₂ → γ

A₃ → α

A₄ → γ

A₅. α → Λ β → Σ γ → Λ δ → Σ ε → Σ

ΘΕΜΑ Β

B1.

α. Η σωστή απάντηση είναι το ii.

β. Αρχικά ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται συχνότητα

$$f_1 = \frac{v_{HX}}{v_{HX} + \frac{v_{HX}}{20}} \cdot f_s = \frac{20}{21} \cdot f_s$$

Στην πλαστική κρούση ισχύει η Α.Δ.Ο. με $m_1 = m_2$

$$\bar{p}_{\text{πριν}} = \bar{p}_{\text{μετά}} \Rightarrow m_1 \cdot \frac{v_{HX}}{20} = (m_1 + m_2)v_k \Rightarrow v_k = \frac{v_{HX}}{40}$$

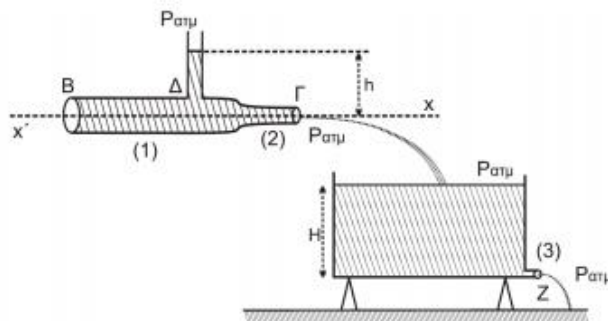
Τελικά:

$$f_2 = \frac{v_{HX}}{v_{HX} + \frac{v_{HX}}{40}} f_s = \frac{40}{41} f_s \quad f_2 = \frac{v_{HX}}{v_{HX} + \frac{v_{HX}}{40}} f_s = \frac{40}{41} f_s$$

Άρα:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} f_s}{\frac{40}{41} f_s} = \frac{41}{42}$$

B2.



α. Η σωστή απάντηση είναι το iii.

β. Για την παροχή στο σωλήνα:

$$\Pi = A_2 \cdot u_2 = A_1 \cdot u_1 \Rightarrow$$

$$A_2 \cdot u_2 = 2 \cdot A_2 \cdot u_1 \Rightarrow$$

$$u_2 = 2 \cdot u_1$$

Εφαρμόζουμε εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής Δ → Γ

$$p_{\Delta} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_{\Gamma} + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow$$

$$p_{\alpha\tau\mu} + \rho gh + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow$$

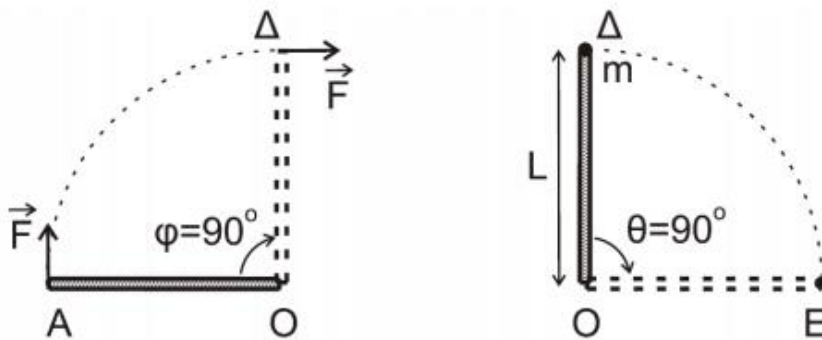
$$h = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{3v_1^2}{2g}$$

Όμως για να είναι σταθερή η στάθμη του υγρού στο δοχείο

$$\Pi_{\delta\omicron\chi} = \Pi_{\sigma\omega\lambda} \Rightarrow A_3 v_3 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{A_2}{2} \sqrt{2gh_1} = A_2 2v_1 \Rightarrow 2gH = 16v_1^2 \Rightarrow H = \frac{16v_1^2}{2g} \Rightarrow H = \frac{8v_1^2}{g}$$

$$\text{Άρα } \frac{h}{H} = \frac{\frac{3v_1^2}{2g}}{\frac{8v_1^2}{g}} = \frac{3}{16}$$

B3.



α. Η σωστή απάντηση είναι το ii.

β. Θ.Μ.Κ.Ε. (A → Δ) για τη ράβδο.

$$\frac{1}{2} \cdot I_p \cdot \omega_{\Delta}^2 - 0 = W_F \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \omega_{\Delta}^2 = F \cdot L \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_{\Delta} = \sqrt{\frac{3 \cdot F \cdot L \cdot \pi}{M \cdot L^2}} \Rightarrow \omega_{\Delta} = 3\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Α.Δ. Στροφορμής στην πλαστική κρούση

$$\vec{L}_{\text{πριν}} = \vec{L}_{\text{μετά}} \Rightarrow I_p \omega_{\Delta} = (I_p + mL^2) \omega'_{\Delta} \Rightarrow \omega'_{\Delta} = \frac{\frac{1}{3} \cdot M \cdot L^2 \cdot \omega_{\Delta}}{I_p + mL^2} \Rightarrow \omega'_{\Delta} = \frac{3\pi \text{ rad}}{2 \text{ s}}$$

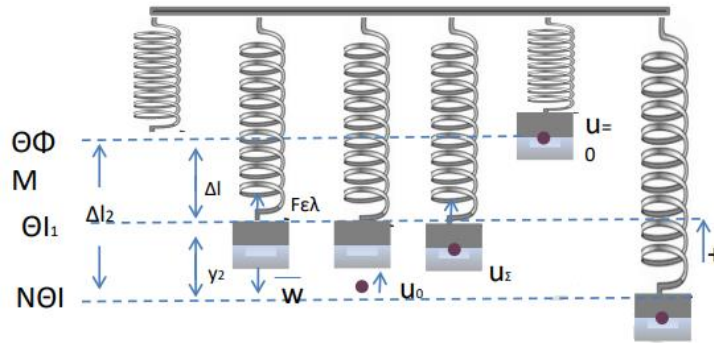
Μετά το συσσωμάτωμα κάνει ομαλή στροφική κίνηση αφού F = 0.

$$f' = \frac{\omega'_{\Delta}}{2\pi} = \frac{3}{4} \text{ Hz}$$

$$\text{Άρα } T' = \frac{1}{f'} = \frac{4}{3} \text{ s}$$

$$\text{Συνεπώς το } \frac{1}{4} \text{ του κύκλου το διαγράφει σε } \Delta t = \frac{T'}{4} = \frac{\frac{4}{3}}{4} = \frac{1}{3} \text{ s.}$$

ΘΕΜΑ Γ



Γ1. ΘΙ $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow w = F_{\epsilon\lambda} \Rightarrow m_1 g = K \Delta l \Rightarrow K = \frac{10}{0,05} \Rightarrow K = 200 \text{ N/m}$

(ΝΘΙ)

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow w_\Sigma = F'_{\epsilon\lambda} \Rightarrow (m_1 + m_2)g = K \Delta l_2 \Rightarrow 20 = 200 \Delta l_2 \Rightarrow \Delta l_2 = 0,1 \text{ m}$

ΑΔΕΤ όταν το ελατήριο έχει το Φ.Μ.

$E_1 = K + U_1 \Rightarrow \frac{1}{2} D A^2 = 0 + \frac{1}{2} D \Delta l_2^2 \Rightarrow A = \Delta l_2 = 0,1 \text{ m}.$

Γ2. ΑΔΕΤ αμέσως μετά την κρούση

$E_T = K + U_T \Rightarrow \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_\Sigma^2 + \frac{1}{2} D (\Delta l_2 - \Delta l)^2 \Rightarrow 200 \cdot 0,01 = 2 \cdot v_\Sigma^2 + \frac{1}{2} \Rightarrow 2 = 2v_\Sigma^2 + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} = 2v_\Sigma^2 \Rightarrow v_\Sigma = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/sec}$

ΑΔΟ

$\vec{p}_{\pi\rho\nu} = \vec{p}_{\mu\epsilon\tau\alpha} \Rightarrow m_2 v_0 = (m_1 + m_2) v_\Sigma \Rightarrow 1 \cdot v_0 = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow v_0 = \sqrt{3} \text{ m/sec}.$

$K_{2\pi\rho\nu} = \frac{1}{2} m_2 v_0^2 = \frac{3}{2} \text{ J}.$

Γ3. $|\Delta P_2| = |m_2 v_\Sigma - m_2 v_0| = \left| \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3} \right| \Rightarrow |\Delta P_2| = \left| -\frac{\sqrt{3}}{2} \right| \frac{\text{kgm}}{\text{sec}} \Rightarrow |\Delta P_2| = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ kgm/sec}$ με φορά αντίθετη της v_0 .

Γ4. $t = 0$

$y = +(\Delta l_2 - \Delta l) = +y_2 \Rightarrow y = +0,05 \text{ m}$

$v > 0$

$y = A \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \xrightarrow{y=+y_2, t=0} y_2 = A \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow 0,05 = 0,1 \eta \mu \varphi_0$

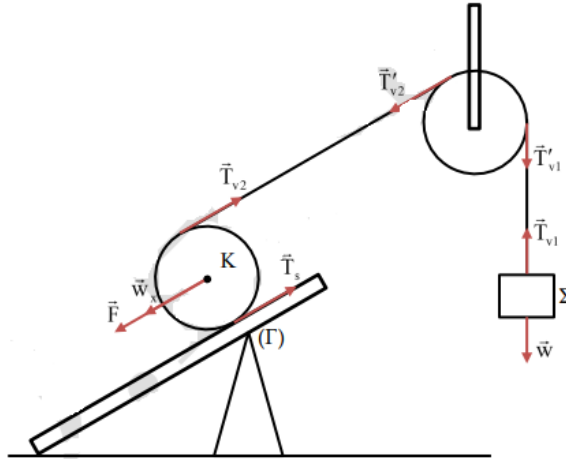
$\Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = \eta \mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow \varphi_0 = \begin{cases} 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \xrightarrow{\varphi_0 \in [0, 2\pi)} \varphi_0 = \begin{cases} \frac{\pi}{6} \text{ rad} \\ \frac{5\pi}{6} \text{ rad} \end{cases}$

$v > 0 \Rightarrow \sigma \nu \nu \varphi_0 > 0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

$D = K \Rightarrow (m_1 + m_2) \omega^2 = K \Rightarrow 2 \omega^2 = 200 \Rightarrow \omega = \frac{10 \text{ rad}}{\text{sec}} \Rightarrow y = 0,1 \eta \mu \left(10t + \frac{\pi}{6} \right) \text{ (S.I.)}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Εφαρμόζοντας συνθήκες ισορροπίας για το σώμα (Σ), τη τροχαλία και το κύλινδρο προκύπτει:
 Για το κύλινδρο:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_{v_2} + T_s = w_x + F \Rightarrow T_{v_2} + T_s = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} + F \Rightarrow T_{v_2} + T_s = 10 + F \quad (1)$$

$$\Sigma \tau_K = 0 \Rightarrow T_{v_2} R - T_s R = 0 \Rightarrow T_s = T_{v_2} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow 2T_{v_2} = 10 + F \quad (3)$$

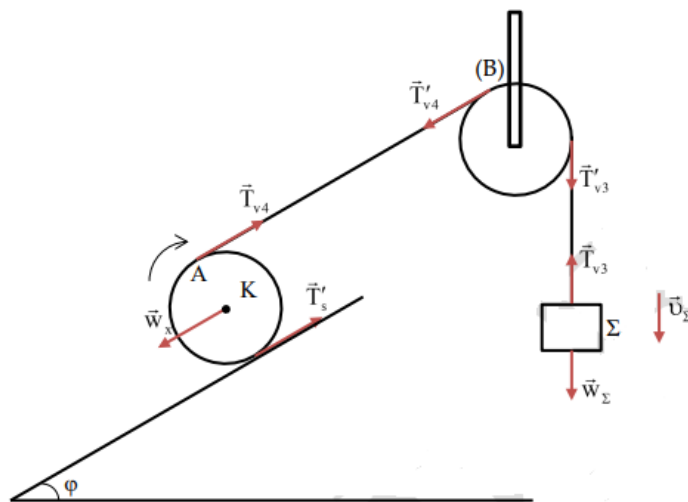
$$\text{Για την τροχαλία έχουμε: } \Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow T'_{v_1} R_T - T'_{v_2} R_T = 0 \Rightarrow T'_{v_1} = T'_{v_2} \quad (4)$$

$$\text{Για το σώμα (Σ) έχουμε } \Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_{v_1} = w = 20\text{N.}$$

$$(4) \Rightarrow T_{v_2} = 20\text{N}$$

$$(3) \Rightarrow F = 30\text{N}$$

Δ2.



Επειδή το νήμα δε γλιστρά

$$v_A = v_B = v_\Sigma \Rightarrow 2v_{cm} = \omega_T R_T = v_\Sigma \Rightarrow 2\alpha_{cm} = R_T \alpha_{\gamma T} = \alpha \quad (5)$$

σώμα (Σ)

ΘΝΜΚ

$$\Sigma F_y = M\alpha \Rightarrow w_\Sigma - T_{v_3} = M\alpha \Rightarrow T_{v_3} = 20 - 2\alpha \quad (6)$$

τροχαλία (ΘΝΣΚ)

$$\Sigma \tau_O = I\alpha_{\gamma T} \Rightarrow T'_{v_3} R_T - T'_{v_4} R_T = \frac{1}{2} M_T R_T^2 \frac{\alpha}{R_T} \Rightarrow 20 - 2\alpha - T_{v_4} = \alpha \Rightarrow T_{v_4} = 20 - 3\alpha \quad (7)$$

κύλινδρος

ΘΝΜΚ

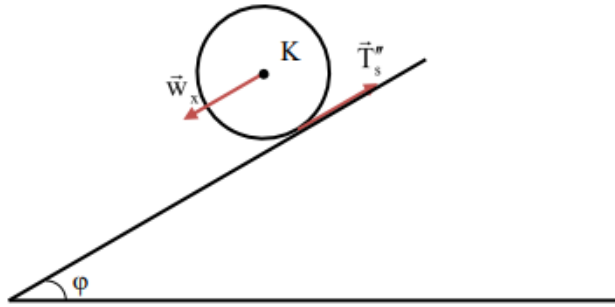
$$\Sigma F_x = M_K \alpha_{cm} \Rightarrow T_{v_5} + T'_{v_5} - w_x = M_K \frac{\alpha}{2} \Rightarrow 20 - 3\alpha + T'_5 - 10 = \alpha \Rightarrow T'_5 = 4\alpha - 10 \quad (8)$$

ΘΝΣΚ

$$\Sigma \tau = I_{cmK} \alpha_{\gamma K} \Rightarrow T_{v_4} R_K - T'_5 R_K = \frac{1}{2} M_K R_K^2 \frac{\alpha_{cm}}{R_K} \Rightarrow 20 - 3\alpha - 4\alpha + 10 = \frac{\alpha}{2}$$

Άρα, $\alpha = 4 \text{ m/sec}^2$ και $\alpha_{cm} = \frac{\alpha}{2} = 2 \text{ m/sec}^2$

Δ3.



$$v_{cm} = a_{cm} t_1 = v_0 \Rightarrow v_0 = 1 \text{ m/sec}$$

ΘΝΜΚ

$$\Sigma F_x = M \alpha'_{cm} \Rightarrow T''_s - w_x = M \alpha'_{cm} \Rightarrow T''_s = 10 + 2\alpha'_{cm} \quad (9)$$

ΘΝΣΚ

$$\Sigma \tau = I_{cmK} \alpha'_{\gamma} \Rightarrow -T''_s R_K = \frac{1}{2} M_K R_K^2 \frac{\alpha'_{cm}}{R_K} \Rightarrow -10 - 2\alpha'_{cm} = \alpha'_{cm} \Rightarrow \alpha'_{cm} = -\frac{10}{3} \text{ m/sec}^2$$

Ο κύλινδρος θα σταματήσει όταν $v_{cm} = 0$

$$v_{cm} = v_0 - |\alpha'_{cm}| \Delta t \Rightarrow 0 = 1 - \frac{10}{3} \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0,3 \text{ sec}$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t = 0,8 \text{ sec}$$

Δ4.

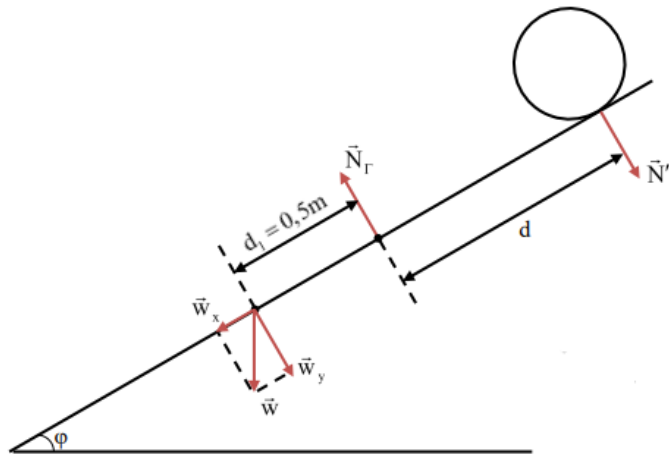
$$s_{cm1} = \frac{1}{2} \alpha_{cm} t_1^2 = \frac{1}{4} \text{ m} = 0,25 \text{ m}$$

$$s_{cm2} = v_0 \Delta t - \frac{1}{2} |\alpha'_{cm}| \Delta t^2$$

$$s_{cm2} = 0,3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} \cdot \frac{9}{100} = 0,15 \text{ m}$$

$$s_{ολ} = s_{cm1} + s_{cm2} = 0,4 \text{ m}$$

Δ5.



Η ράβδος ανατρέπεται οριακά όταν $N'd - w_y d_1 = 0 \Rightarrow M_k g \sin \varphi d = M g \cos \varphi d_1 \Rightarrow d = 0,5\text{m}$.
 Όμως το σώμα σταματά σε απόσταση $0,2\text{m}$ από το Γ. Άρα, δεν ανατρέπεται.